Basiskurs Mathematik

1. Basiskurs:

1.1 Verbindung der 4 Grundrechnungsarten:

1.1.1 Punkt vor Strichrechnung!

Bsp.1) $10 + 6 \bullet 4 = 10 + 24 = 34$

Bsp.2) $6 + 4 : 2 + 3 \bullet 3 - 1 =$ ________________

Bsp.3) $20 : 4 + 2 \bullet 4 =$ ______________________

Bsp.4) $100 : 10 : 5 = 10 : 5 = 2$???

Bsp.5) $100 : 10 : 5 = 100 : 2 = 50$???

MERKE: Wenn keine Klammern da sind, rechnen wir von links nach rechts!

Bsp.4) $100 : 10 : 5 = 10 : 5 = 2$

1.1.2 KLAPUSTRI = Klammer vor Punkt vor Strich Rechnung!

Bsp.6) $33 : (14 - 18 : 6) + 15 =$
$33 : (14 - 3) + 15 =$
$33 : 11 + 15 =$
$3 + 8 = 11$

Bsp.7) $9 + 32 : (4 + 2 \bullet 6) =$ __________

Bsp.8) $52 - (14 - 9) \bullet 8 =$ __________

MERKE: KLAPUSTRI gilt auch innerhalb der Klammern!

Bsp.9) $(12 + 3 \bullet 8) : (14 - 10 : 5) + 8 =$
$(12 + 24) : (14 - 2) + 8 =$
$36 : 12 + 8 =$
$3 + 8 = 11$

Bsp.10) $33 - (52 + 8) : (3 \bullet 7 - 1) =$ __________

Bsp.11) $(34 - 4 \bullet 8) \bullet (7 \bullet 9 - 65) =$ __________

1.2 Negative Zahlen

1.2.1 Klammern und Rechenzeichen:

MERKE: Wenn in der Mathematik zwei Rechenzeichen (+ – • :) nebeneinander stehen, dann muss das mit einer Klammer getrennt werden!

Bsp.1) – + 3 – 5 … gibt es nicht!
–(+3) – 5 … oder -(+3) – 5

Verwende ich jetzt ein langes Minus – oder ein kurzes Minus - oder ist es egal?

MERKE: Für uns Menschen ist es egal, ob – oder - ABER bei den Taschenrechnern ist es NICHT egal!

Lösung Bsp.1)
a.) Wenn links noch eine Zahl steht, verwendet man das lange Minus („normales Rechenminus")
6 – (+3) – 5 = 6 – 3 – 5 = 3 – 5= -2
Wir sehen aber, dass in der Lösung das kurze - („Vorzeichen Minus") verwendet wird.

b.) Wenn links KEINE Zahl steht, verwenden wir das kurze - („Vorzeichen Minus")
-(+3) – 5 = -3 – 5 = -8
In der Lösung verwenden wir wieder das kurze - („Vorzeichen Minus")

Bsp.2) -5 + 8 = 3 (Versuche mit deinem Taschenrechner hier ein langes Minus! Es kommt irgendetwas heraus, weil der Taschenrechner vom letzten Ergebnis das gerechnet wurde 5 abzieht und dann 8 dazuzählt!)

INFORMATION: Wir werden bei den Potenzen noch ein drittes Minus kennen lernen. Dieses Minus ist auch ein kurzes Minus - und nennen wir „Schupfminus". Wir nennen es deswegen „Schupfminus", weil es weg ist, wenn wir die Zahl unterhalb des Bruches „Schupfen".
Dieses „Schupfminus" hat nichts mit einer negativen Zahl zu tun!

Bsp.3) $10^{-1} = \frac{1}{10} = 0{,}1$ …. wir sehen dieses Minus ist nach dem „Schupfen" weg!

REGELN:

1.	$-(-)=+$	**2.**	$-(+)=-$
3.	$+(+)=+$	**4.**	$+(-)=-$
5.	$(-)\bullet(-)=+$	**6.**	$(-)\bullet(+)=-$
7.	$(+)\bullet(+)=+$	**8.**	$(+)\bullet(-)=-$
9.	$(-):(-)=+$	**10.**	$(-):(+)=-$
11.	$(+):(+)=+$	**12.**	$(+):(-)=-$

MERKE:
- Gleiche (+ + oder – –) = +
- Ungleiche Rechenzeichen (+ – oder – +)= –
- Gerade Anzahl von Minus - bei Punktrechnung = +
- Ungerade Anzahl von Minus - bei Punktrechnung = –

Bsp.4) $-5 \bullet (-4) : (-10) \bullet (-3) = 6$
Bsp.5) $-6 \bullet (-8) : (-24) = -2$

Bsp.6) $-16 : (-4) \bullet 9 : (-6) =$ ____________

1.2.2 Klammern auflösen:

a.) Wenn ein + vor der Klammer steht

MERKE: Das + und die Klammern weg geben, die Rechenzeichen bleiben gleich.
Aus einem Vorzeichenminus wird ein Rechenminus!

Bsp.7) $8 + (-3) = 8 - 3 = 5$

Bsp.8) $12 + (9 - 5) =$ ___________

b.) Wenn ein - vor der Klammer steht

MERKE: Das - und die Klammern weg geben, die Strich - + Rechenzeichen werden vertauscht.

Bsp.9) $8 - (-3 + 9) = 8 + 3 - 9 = 2$
$ODER\ - Klapustri: \ 8 - (-3 + 9) = 8 - (+6) = 8 - 6 = 2$

Bsp.10) $7 \bullet 3 - (-12 + 27 : 9 - 3) =$ ____________

c.) Mehrere Klammern

MERKE: Von innen ( ) schrittweise [ ] nach außen { } auflösen

$$\begin{aligned} Bsp.11)\ & 1 + \{-[-(-32) : [-(-4)]]\} = \\ & 1 + \{-[32 : [4]]\} = \\ & 1 + \{-[32 : 4]\} = \\ & 1 + \{-8\} = \\ & 1 - 8 = -7 \end{aligned}$$

Bsp. 12) $14 - \{3 \bullet 2 - [-(-32 + 7) : [-(-5)]]\} =$ ____________________

1.3 Der Betrag einer Zahl

MERKE: Der Betrag einer Zahl macht die Zahl positiv! Dieser Betrag wird durch 2 senkrechte Striche dargestellt.

$Bsp.1)\ |-4| = 4$

$Bsp.2)\ -\ |-13| = -(+13) = -13$

MERKE: Das Minus vor dem Betrag darf NICHT in den Betrag hineingerechnet werden!

$Bsp. 3)\ -|-13+8| = -|-5| = -(+5) = -5$

MERKE: Das Minus vor dem Betrag wird erst zum Schluss berücksichtigt. Zuerst wird alles innerhalb der beiden Betragsstriche berechnet!

Bsp. 4) $|+8|:2 \leq |-7+3|$

$8:2 \leq |-4|$

$4 \leq 4$ ... ja richtig!

Bsp.5) $-20+|-14+5| =$ ________________________

-

$Bsp. 6)\ -23-|-14+5\bullet 2| =$ ____________________

$$Bsp. 7)\ -|(-12):(-3)+8| \geq -5$$

1.4 Negative Zahlen - Potenzen

$$(-1) = (-1)^1$$
$$(-1)\bullet(-1) = (-1)^2$$
$$(-1)\bullet(-1)\bullet(-1) = (-1)^3$$
$$(-1)\bullet(-1)\bullet(-1)\bullet(-1) = (-1)^4$$
$$(-1)\bullet(-1)\bullet(-1)\bullet(-1)\bullet(-1) = (-1)^5$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

MERKE: Wenn eine Zahl öfter mit Mal dasteht, brauchen wir nur zählen, wie oft sie dasteht! Diese
Anzahl kommt in die Hochzahl. Das gilt für jede Zahl.

Potenzen → was ist das?

$$a^b \dots\dots \text{hier sieht man eine Potenz}$$

a ist die Basis
b ist die Hochzahl = Exponent

MERKE: Eine Potenz besteht immer aus einer Basis und aus einer Hochzahl!

Von wo kommen die Potenzen her?

Wenn man mehrere gleiche „Objekte" (Zahlen, Buchstaben oder gemischt) hat, die mit Mal verbunden sind, dann kann man daraus eine Potenz machen.
Die Basis bleibt gleich und die Hochzahl ergibt sich daraus, wie oft man ein Objekt hat!

$$a\bullet a\bullet a = a^3$$

$$(-3)\bullet(-3)\bullet(-3)\bullet(-3) = (-3)^4$$

MERKE: Diese Potenzen dürfen wir auch wieder zerlegen! Also umschreiben, von wo sie herkommen!

$$Bsp.1)\ \ (-1)^2 = (-1) \bullet (-1) = 1$$

MERKE: Wenn eine Klammer steht, gilt die Hochzahl für die Zahl und für das Minus.
Ohne Klammer → NUR für die Zahl!

$$Bsp.2)\ \ -3^2 = -(3) \bullet (3) = -9$$

Das Minus vor der Zahl 3 bleibt einfach, da die Hochzahl NICHT darauf wirkt!

$$\boldsymbol{REGELN}:$$

$$\boldsymbol{Regel}: (-\mathbf{1})^{\mathbf{0}} = \mathbf{1} = \boldsymbol{a}^{\mathbf{0}} \ldots \textbf{a darf alles sein außer 0}$$

$$\boldsymbol{Regel}: (-\mathbf{1})^{\boldsymbol{n}} = \mathbf{1} \ldots \boldsymbol{wenn\ n\ gerade}$$

$$\boldsymbol{Regel}: (-\mathbf{1})^{\boldsymbol{n}} = -\mathbf{1} \ldots \boldsymbol{wenn\ n\ ungerade}$$

$$\boldsymbol{Regel}: (-\mathbf{1})^{\boldsymbol{n}} \neq -\mathbf{1}^{\boldsymbol{n}}$$

WEIL: Rechte Seite ergibt immer -
-1, das n wirkt nur auf den Einser. (Weil keine Klammer da ist!)

$$Bsp.3)\ -(-2)^2 = -(-2) \bullet (-2) = -4$$

Das Minus vor der Klammer bleibt!

$$Bsp.4)\ -3 \bullet (-2)^2 = -3 \bullet 4 = -12$$

MERKE: $(-1) \bullet (-1)^n$ … hier musst du zuerst die Klammer mit der Hochzahl berechnen
→ dann das Mal!

$$MERKE:\ 2 \bullet 3^2 \neq 6^2 \ldots VERBOTEN!$$

$$2 \bullet 3^2 = 2 \bullet 9 = 18 \neq 36$$

Potenzieren (rechnen mit Potenzen) ist eine Stufe höher als die Punktrechnung
→ darum hat sie Vorrang!

$Bsp.5)\ -5^2 =$ ____________________

$Bsp.6)\ -(-1)^3 =$ __________________

$Bsp.7)\ -3 \bullet (-1)^4 =$ _______________

$Bsp.8)\ -3^2 \bullet (-2)^2 =$ _______________

$Bsp.9)\ -(-1)^3 \bullet (-2)^3 =$ _______________

1.5 Rechnen mit Brüchen

1.5.1 Erweitern von Brüchen:

MERKE: Beim Erweitern muss ich den Zähler (steht oben) und den Nenner (steht unten) mit der
gleichen Zahl oder den gleichen Buchstaben multiplizieren!

Wozu brauche ich das Erweitern von Brüchen?

MERKE: Plus und Minus von Brüchen ist NUR erlaubt, wenn ein gemeinsamer Nenner vorhanden ist!
Dazu brauchen wir das Erweitern!

$$Bsp.1)\ \frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}\bullet\frac{2}{2}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$$

$$Bsp.2)\ \frac{2}{3}+\frac{1}{15}=$$

$$Bsp.3)\ \frac{2}{3}+\frac{1}{4}=$$

TIPP: Beide Brüche erweitern!

$$Bsp.4)\ \frac{2}{25}+\frac{4}{15}=$$

TIPP: Gemeinsamen Nenner überlegen!

1.5.2 Kürzen von Brüchen

MERKE: Beim Kürzen muss ich den Zähler (steht oben) und den Nenner (steht unten) mit der gleichen Zahl oder den gleichen Buchstaben dividieren!

$$Bsp.5)\ \frac{84}{120}=$$

$$\frac{84}{120}=\frac{42}{60}=\frac{21}{30}=\frac{7}{10}$$

INFO: Hier haben wir zuerst durch 2 gekürzt, dann wieder durch 2 und dann durch 3. Wenn man eine größere Zahl, wie hier 4 oder 6 oder 12 zum Kürzen erkennt, dann hat man etwas weniger Arbeit, aber wenn man es nicht sieht, kommt auch dasselbe Ergebnis heraus!

$$Bsp.6)\ \frac{8}{5}\bullet\frac{3}{4}=\frac{8\bullet 3}{5\bullet 4}=\frac{2\bullet 3}{5\bullet 1}=\frac{6}{5}=1\frac{1}{5}$$

INFO: Hier haben wir durch 4 gekürzt, dann war der Zähler größer als der Nenner, darum haben wir diesen unechten Bruch in eine gemischte Zahl umgeschrieben!

$$Bsp.7)\ \frac{705}{882}=$$

MERKE: Durch 2 kann ich kürzen, wenn beide Zahlen gerade sind. Durch 5 funktioniert, wenn die letzte Zahl eine 5 oder eine 0 ist. Durch 3 kann man kürzen, wenn die Ziffernsumme ohne Rest durch 3 teilbar ist.

Schnelltest - kürzen durch 3: 705 → 7+0+5=12 → 12:3 = 4 → Ja geht!
882 → 8+8+2=18 → 18:3 = 6 → Ja geht!

$$Bsp.7)\ \frac{705}{882} = \frac{235}{294}$$

MERKE: Wenn es mehrere Möglichkeiten zum Kürzen gibt, dann suchen wir uns immer ein „Pärchen". Also eine Zahl von oben und eine Zahl von unten ergeben gemeinsam ein „Pärchen".

$$Bsp.8)\ \frac{3 \bullet 15 \bullet 6 \bullet 33 \bullet 7}{55 \bullet 24 \bullet 8 \bullet 42} =$$

1.5.3 Umwandlung von Bruch in gemischte Zahl und umgekehrt

MERKE: Bei einem unechten Bruch ist der Zähler größer als der Nenner. Das kann man immer als gemischte Zahl schreiben! Dazu schaut man, wie oft die kleinere Zahl in der größeren Zahl enthalten ist, der Rest ergibt den Bruch.

$$Bsp.9)\ \frac{23}{6} = 3\frac{5}{6} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 3\ mal\ 6 = 18\ und\ 5\ ergibt\ 23!$$

$$Bsp.10)\ 5\frac{4}{3} = \frac{5 \bullet 3 + 4}{3} = \frac{15 + 4}{3} = \frac{19}{3}$$

$$Bsp.11)\ \frac{24}{7} =$$

$$Bsp.12)\ 6\frac{3}{4} =$$

1.5.4 Multiplikation von Brüchen

MERKE: Bei der Multiplikation wird der Zähler mit dem Zähler (steht oben) und der Nenner mit dem Nenner (steht unten) multipliziert! Wenn möglich, vorher kürzen! Ganze Zahl in Bruch schreiben. $2 = \frac{2}{1}$

$$Bsp.13)\ \frac{7}{5} \bullet \frac{3}{14} =$$

$$Bsp.14)\ 2 \bullet \frac{4}{7} =$$

$Bsp.15)\ \frac{12}{5} \bullet \frac{8}{20} =$

1.5.5 Division von Brüchen

MERKE: Brüche werden dividiert, indem man mit dem Kehrwert des 2-ten Bruches (Bruch umdrehen) multipliziert! Wenn möglich, vorher kürzen!

$Bsp.16)\ \frac{2}{5} : \frac{6}{7} = \frac{2}{5} \bullet \frac{7}{6} = \frac{2}{5} \bullet \frac{7}{6} = \frac{1}{5} \bullet \frac{7}{3} = \frac{7}{15}$

$Bsp.17)\ \frac{2}{25} : \frac{26}{75} =$

Doppelbruch

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{ad}{bc} \ldots\ldots\ldots\ldots.\ Au\ss englieder\ durch\ Innenglieder$$

MERKE: Aus einem 3-er Bruch mache ich mir immer einen 4-er Bruch!

$Bsp.18)\ \frac{2}{\frac{3}{4}} = \frac{\frac{2}{1}}{\frac{3}{4}} = \frac{2 \bullet 3}{1 \bullet 3} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$

$Bsp.19)\ \frac{7}{8} - \frac{\frac{3}{4}}{9} =$

1.5.6 Alles gemischt

$Bsp.20)\ \frac{2}{5} \bullet \frac{6}{4} - \frac{2}{5} : \frac{6}{7} =$

$Bsp.21)\ \frac{3}{5} + \frac{7}{15} \bullet 3 - \frac{1}{3} + 4 : \frac{2}{5} =$

1.6 Potenzen

$$Potenz = a^b$$

a ist die Basis … … b ist die Hochzahl = Exponent

MERKE: Eine Potenz besteht immer aus einer Basis und aus einer Hochzahl (Exponent)! Wenn ein Objekt (Zahl, Buchstabe oder Potenz) mit Mal dasteht, dann kann dieser Ausdruck zu einer Potenz vereinfacht werden!
Die Basis bleibt gleich und die Hochzahl ergibt sich daraus, wie oft man ein Objekt hat!

$$7 \bullet 7 = 7^2 \qquad x \bullet x \bullet x = x^3 \qquad c^2 \bullet c^2 \bullet c^2 \bullet c^2 = (c^2)^4 = c^8$$

1.6.1 Plus und Minus von Potenzen

MERKE: Potenzen darf ich NUR + oder - rechnen, wenn die Basis und die Hochzahl gleich groß sind!

$$Bsp.1)\ \ 2 \bullet 2^3 + 5 \bullet 2^4 = 2^4 + 5 \bullet 2^4 = 1 \bullet 2^4 + 5 \bullet 2^4 = 6 \bullet 2^4$$

Warum darf man hier die Potenzen zusammenzählen?

$$\boldsymbol{Herausheben}: 1 \bullet 2^4 + 5 \bullet 2^4 = 2^4 \bullet (1+5) = 6 \bullet 2^4$$

$$Bsp.2)\ \ 4 \bullet x^3 + 5 \bullet x^4$$
$$= \cdots NEIN \ldots hier\ geht\ nichts,\ weil\ die\ Hochzahlen\ verschieden\ groß\ sind!$$

1.6.2 Regeln von Potenzen

Potenzen - REGELN:

Nummer	***Regel***	***Beispiel 1***	***Beispiel 2***
$\boldsymbol{I = 1}$	$\boldsymbol{a^b \bullet a^c = a^{b+c}}$	$\boldsymbol{2^3 \bullet 2^4 = 2^{3+4} = \underline{\underline{2^7}}}$	$\boldsymbol{x^2 \bullet x^3 = \underline{\underline{x^5}}}$
$\boldsymbol{II = 2}$	$\boldsymbol{a^b : a^c = a^{b-c}}$	$\boldsymbol{7^6 : 7^2 = 7^{6-2} = \underline{\underline{7^4}}}$	$\boldsymbol{x^{12} : x^5 = \underline{\underline{x^7}}}$
$\boldsymbol{III = 3}$	$\boldsymbol{(a^b)^c = a^{b \bullet c}}$	$\boldsymbol{(5^2)^3 = 5^{2 \bullet 3} = \underline{\underline{5^6}}}$	$\boldsymbol{(x^3)^4 = \underline{\underline{x^{12}}}}$
$\boldsymbol{IV = 4}$	$\boldsymbol{(a \bullet b)^c = a^c \bullet b^c}$	$\boldsymbol{(5 \bullet 2^3)^2 = \underline{\underline{5^2 \bullet 2^6}}}$	$\boldsymbol{(2x)^3 = \underline{\underline{2^3 x^3}}}$
$\boldsymbol{V = 5}$	$\boldsymbol{\left(\frac{a}{b}\right)^c = \frac{a^c}{b^c}}$	$\boldsymbol{\left(\frac{2x}{3v}\right)^4 = \underline{\underline{\frac{2^4 x^4}{3^4 v^4}}}}$	$\boldsymbol{\left(\frac{x^2}{r}\right)^4 = \underline{\underline{\frac{x^8}{r^4}}}}$
$\boldsymbol{VI = 6}$	$\boldsymbol{a^0 = 1 \ldots a \neq 0}$	$\boldsymbol{2{,}19^0 = \underline{\underline{1}}}$	$\boldsymbol{(2345)^0 = \underline{\underline{1}}}$
$\boldsymbol{VII = 7}$	$\boldsymbol{1^r = 1 \ldots r \in \mathbb{R}}$	$\boldsymbol{1^{27} = \underline{\underline{1}}}$	$\boldsymbol{1^{-3{,}48} = \underline{\underline{1}}}$
$\boldsymbol{VIII = 8}$	$\boldsymbol{(-1)^n = 1}$ $\boldsymbol{\ldots n \in \mathbb{N}_g}$	$\boldsymbol{(-1)^8 = \underline{\underline{1}}}$	$\boldsymbol{(-1)^{12} = \underline{\underline{1}}}$
$\boldsymbol{IX = 9}$	$\boldsymbol{(-1)^n = -1}$ $\boldsymbol{\ldots n \in \mathbb{N}_u}$	$\boldsymbol{(-1)^7 = -\underline{\underline{1}}}$	$\boldsymbol{(-1)^3 = -\underline{\underline{1}}}$
$\boldsymbol{X = 10}$	$\boldsymbol{a^{-n} = \frac{1}{a^n}}$	$\boldsymbol{10^{-\frac{1}{2}} = \underline{\underline{\frac{1}{10^{\frac{1}{2}}}}} = \underline{\underline{\frac{1}{\sqrt[2]{10}}}}}$	$\boldsymbol{\frac{10^{-3}}{10^{-9}} = \frac{10^9}{10^3} = \underline{\underline{10^6}}}$

$\boldsymbol{XI = 11}$	$\boldsymbol{a^n = \frac{1}{a^{-n}}}$	$\boldsymbol{10^4 = \frac{1}{\underline{\underline{10^{-4}}}}}$	$\boldsymbol{\frac{10^2 10^{-3}}{10^{-9} 10^5} = \underline{\underline{10^3}}}$
$\boldsymbol{XII = 12}$	$\boldsymbol{\sqrt[n]{a^b} = a^{\frac{b}{n}}}$	$\boldsymbol{\sqrt[3]{2^5} = \underline{\underline{2^{\frac{5}{3}}}}}$	$\boldsymbol{f^{\frac{3}{4}} = \underline{\underline{\sqrt[4]{f^3}}}}$

1.6.3 Multiplikation von Potenzen

MERKE: Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert, indem man die Basis nur einmal hinschreibt und die Exponenten addiert!

$$Bsp.3)\ \ 2 \bullet m^3 \bullet 3 \bullet m = 6 \bullet m^3 \bullet m^1 = 6 \bullet m^{3+1} = 6 \bullet m^4 = 6m^4$$

MERKE: In der Mathematik steht zwischen Zahlen und Buchstaben immer ein Mal, darum *muss man das Mal nicht extra* hinschreiben!
Die Zahlen werden extra berechnet und nach vorne geschrieben.

$$Bsp.4)\ \ 2 \bullet x^3 \bullet x^0 \bullet (-5) = -10 \bullet x^{3+0} = -10 \bullet x^3$$

MERKE: $x^0 = 1 \ldots \forall x \neq 0$
$\forall \ldots$ *dieses Symbol* heißt:
für alle. Also darf hier *x alles sein außer* 0!

MERKE:
Wenn bei einer Punktrechnung ein Minus vorkommt, wird es nach vorne geschrieben!

$Bsp.5)\ \ 5y^4 + 2 \bullet y^3 \bullet (-y) \bullet (-2) =$ ______________________

$Bsp.6)\ \ -v^5 \bullet 6 \bullet v^2 \bullet (-v^0) : (-2) =$ ______________________

1.6.4 Division von Potenzen

MERKE: Potenzen mit gleicher Basis werden dividiert, indem man die Basis nur einmal hinschreibt
und die Exponenten subtrahiert!

$$Bsp.7)\ \ 3x^5 \bullet x^3 : x^4 = 3x^{5+3} : x^4 = 3x^8 : x^4 = 3x^{8-4} = 3x^4$$

$$ODER\ \ \ 3x^5 \bullet x^3 : x^4 = 3x^{5+3-4} = 3x^4$$

$$Bsp.8)\ \ -a^5 \bullet 2^3 : (4 \bullet a^2) = -a^5 \bullet 8 : 4 : a^2 = -2 \bullet a^{5-2} = -2a^3$$

ODER als Bruch:

$$-a^5 \bullet 2^3 : (4 \bullet a^2) = -\frac{a^5 \bullet 8}{4 \bullet a^2} = -\frac{a \bullet a \bullet a \bullet a \bullet a \bullet 2}{1 \bullet a \bullet a} = -2a^3$$

Hier wurde durch 4 gekürzt
Hier wurde zweimal durch a gekürzt

MERKE: Bei einer Gleichung mit gleicher Basis, dürfen wir die Basis einfach weg lassen!

$Bsp.9)\quad c^{12}: c^{x} = c^{7}$ x =?

$c^{12-x} = c^{7}$ ... jetzt lassen wir die Basis weg

$12 - x = 7 \mid + x$

$12 = 7 + x \mid - 7$

$5 = x$

$Bsp.10)\quad a^{8}: a^{x} = a^{5}$ x =?

$Bsp.11)\quad a^{x}: a^{7} = a^{5}$ x =?

1.6.5 Potenzieren von Potenzen

MERKE: Potenzen werden potenziert, indem man die Basis hinschreibt und die Exponenten multipliziert!

$Bsp.12)\quad (a^{2})^{3} = a^{2 \bullet 3} = a^{6}$

$Begründung: (a^{2})^{3} = a^{2} \bullet a^{2} \bullet a^{2} = a \bullet a \bullet a \bullet a \bullet a \bullet a = a^{6}$

$Bsp.13)\quad (c^{2})^{x} = c^{10}$ x =?

$Bsp.14)\quad (z^{4})^{x} = 1$ x =?

$Bsp.15)\quad a^{x}: a^{7} \bullet (a^{4})^{2} = 1$ x =?

1.6.6 Die Hochzahl gilt für alle innerhalb der Klammer (Regel IV und V)!

$Bsp.16)\quad (-3 \bullet z^{4})^{2} = 3^{2} \bullet (z^{4})^{2} = 9 \bullet z^{8} = 9z^{8}$

Das Minus ist weg, da 2 eine gerade Hochzahl ist!

$$Bsp.17)\quad \left(\frac{2 \bullet a^{4}}{-4 \bullet 3^{0}}\right)^{3} = -\left(\frac{1 \bullet a^{4}}{2 \bullet 1}\right)^{3} =$$

Das Minus bleibt, da 3 eine ungerade Hochzahl ist! Wir kürzen durch 2. $3^{0}\,ergibt$ 1!

$$\left(\frac{2 \bullet a^{4}}{-4 \bullet 3^{0}}\right)^{3} = -\left(\frac{1 \bullet a^{4}}{2 \bullet 1}\right)^{3} = -\left(\frac{a^{4}}{2}\right)^{3} = -\frac{a^{12}}{2^{3}} = -\frac{a^{12}}{8}$$

$Bsp. 18)\ \ -(2 \bullet a^0 \bullet z^2)^4 =$ ________________________________

$Bsp. 19)\ \left(\frac{6 \bullet (-c^2)}{-2 \bullet c}\right)^3 =$ ________________________________

1.6.7 Regel XII werden wir bei den Wurzeln brauchen!

MERKE: Wenn die Hochzahl genau so groß ist, wie die Wurzel, dann heben sie sich auf!
Genauer Grund ist Regel XII!

$Bsp. 20)\ \sqrt[3]{4^3} = 4^{\frac{3}{3}} = 4^{\frac{1}{1}} = 4^1 = 4$